ملخـــــص في

الأشعة والمثلثـــات والفراغية

للصف الثاني الثانوي

المدرس عصام علي

لعام ٢٠٠٩ – ٢٠١٠

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الأشعة

Θ الانسحاب :

إن الشعاع له حامل و جهة و طويلة و نعبر عنه بـ $\vec{v}(x,y)$ أو $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$
علاقتي الانسحاب هي : $x = x_0 + X$ ، $y = y_0 + Y$ حيث OXY جملة إحداثيات جديدة و (x_o , y_o) إحداثيات O و oxy الجملة الاصلية

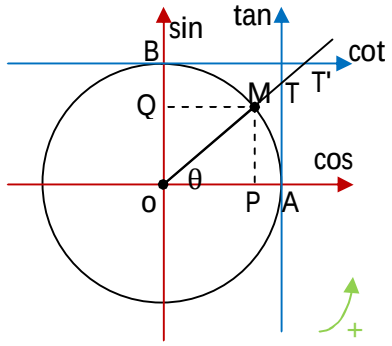
Θ الجداء السلمي :

علاقة الجداء السلمي هي : $\vec{v}.\vec{u} = \|\vec{v}\| . \|\vec{u}\|.\cos\theta$ و الناتج هو عدد و ليس شعاع			
العبارة التحليلية للجداء السلمي : $\vec{v}.\vec{u} = x_1x_2 + y_1y_2$ حيث : $\vec{u}(x_2,y_2)$ ، $\vec{v}(x_1,y_1)$			
طويلة الشعاع $\vec{v}$ الذي مسقطيه (x , y) هي $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$ وهي دائما موجبة			
إذا كان $\vec{u} \neq 0$, $\vec{v} \neq 0$ فإن : $\vec{v}\perp\vec{u} \Leftrightarrow \vec{v}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 = 0$			
$\vec{v}.\vec{u} = \vec{u}.\vec{v}$	$\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = 1$	$(\vec{u})^2 = \|\vec{v}\|^2$	$\vec{v}.\vec{u} = 0 \Rightarrow \vec{v}=0$, $\vec{u}=0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$
$\vec{v}.\vec{u} < 0$ الزاوية بينهما منفرجة			$\vec{v}.\vec{u} > 0$ الزاوية بينهما حادة

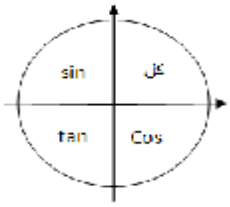
Θ الجداء الشعاعي :

الجداء الشعاعي لشعاعين $\vec{v}$ و $\vec{u}$ هو $\vec{w} = \vec{v} \wedge \vec{u}$ و الناتج هو شعاع و ليس عددوحامل هذا الشعاع عمودي على الشعاعين $\vec{v}$ و $\vec{u}$ و جهته توري جهة دوران $\vec{u}$ إلى $\vec{v}$ بعكس جهة دوران الساعة	
علاقة الجداء الشعاعي هي : $\|\vec{v}\wedge\vec{u}\| = \|\vec{v}\| . \|\vec{u}\|.\sin\theta$	$\vec{v}\wedge\vec{u} = -(\vec{u}\wedge\vec{v})$
مساحة متوازي الأضلاع المنشأ على $\vec{v}$ و $\vec{u}$ هو $\|\vec{w}\|$	

النسب المثلثية



$\sin\theta = \overline{OQ}$
$\cos\theta = \overline{OP}$
$\tan\theta = \overline{AT}$
$\cot\theta = \overline{BT'}$



عند الإرجاع إلى الربع الأول نقلب النسبة المثلثية إذا وجد $\pm\frac{\pi}{2}$ أو $\pm\frac{3\pi}{2}$ و لا تقلب فيما عدا ذلك
أما الإشارة نجدها من الشكل (النسبة المذكورة موجبة)

الزوايا الشهيرة

	$\sqrt{0}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$			
	0	$30 = \frac{\pi}{6}$	$45 = \frac{\pi}{4}$	$60 = \frac{\pi}{3}$	$90 = \frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

قوانين المثلثات

$\sin x = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$	$\cos x = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$	$\tan x = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$	$\cot x = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{1}{\tan x}$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$ $\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$
$\sin 2x = 2\cos x \sin x$	
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$	$\sin x + \sin y = 2\sin(\frac{x+y}{2})\cos(\frac{x-y}{2})$
$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$	$\sin x - \sin y = 2\cos(\frac{x+y}{2})\sin(\frac{x-y}{2})$
$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$	$\cos x + \cos y = 2\cos(\frac{x+y}{2})\cos(\frac{x-y}{2})$
$\tan^2 x = \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}$	$\cos x - \cos y = -2\sin(\frac{x+y}{2})\sin(\frac{x-y}{2})$
$\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$
$\cot^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$	$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$
$\cos(-x) = \cos(x)$	$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$
$\sin(-x) = -\sin(x)$	
$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$ $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$	$\sin(x+y)\sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y$ $\cos(x+y)\cos(x-y) = \cos^2 x + \cos^2 y - 1$

المثلث

إذا كانت A , B ,C قياسات زوايا المثلث ABC عندئذ : $A + B + C = \pi$ إي $A + B = \pi - C$

معرفة نوع المثلث أي هل هو قائم أو متساوي الأضلاع أو متساوي الساقين أو مختلف الأضلاع

$\sin A = \sin(B+C)$	$\cos A = -\cos(B+C)$	$\tan A = -\tan(B+C)$
$\sin\frac{A}{2} = \cos(\frac{B+C}{2})$	$\cos\frac{A}{2} = \sin(\frac{B+C}{2})$	$\tan\frac{A}{2} = \cot(\frac{B+C}{2})$

المعادلات المثلثية البسيطة

المعادلة	الحل	
1) $\sin x = \sin y$	$x = y + 2\pi k$ or $x = \pi - y + 2\pi k$	
2) $\cos x = \cos y$	$x = y + 2\pi k$ or $x = -y + 2\pi k$	
3) $\tan x = \tan y$	$x = y + \pi k$	
4) $\sin x = 0$	$x = \pi k$	
5) $\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$	
6) $\sin x = \ell$	$\ell \notin [-1,1]$ ليس لها حل	$\ell \in [-1,1]$ نكتب $\sin x = \sin\theta$
7) $\cos x = \ell$	$\ell \notin [-1,1]$ ليس لها حل	$\ell \in [-1,1]$ نكتب $\cos x = \cos\theta$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com