ملخـــــص فـــي الجبـــــــر

للصف الثاني الثانوي

المدرس عصام علي

لعام ٢٠٠٩ - ٢٠١٠

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

المنطق الرياضي

القضية الرياضية (p,q,..) : هي جملة مفيدة تكون صحيحة أو خاطئة و لا تكون صحيحة و خاطئة بآن واحد

$\sim p$: نفي p	$p \wedge q$: p و q	$p \vee q$: p أو q	$p \Longrightarrow q$: p تقضي q	$p \Longleftrightarrow q$: p تكافئ q

جدول الحقيقة :

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Longrightarrow q$	$p \Longleftrightarrow q$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

لإثبات أن القضية : $p \Longrightarrow q$ غير صحيحة يكفي إيجاد مثال يكون فيه p صحيحة و q غير صحيحة

القضية : $p \Longrightarrow q$ تكافئ القضية : $\sim q \Longrightarrow \sim p$	القضية : $p \Longleftrightarrow q$ تكافئ $(p \Longrightarrow q , q \Longrightarrow p)$

المجموعات

Φ المجموعة الخالية	Ω المجموعة الشاملة نسبيا	$\sum$ مجموع (سيجما)	$A \setminus B$ ◌ A فرق B

$A \cup B = \{ x \in \Omega : x \in A \vee x \in B \}$	$A \cap B = \{ x \in \Omega : x \in A \wedge x \in B \}$
$A' = \Omega \setminus A = \{ x \in \Omega : x \notin A \}$ متممة A	$A \setminus B = \{ x \in \Omega : x \in A \wedge x \notin B \}$
$A = B \Longleftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$	$A \subseteq B$ يكون إذا كان $(x \in A \Longrightarrow x \in B)$

$A \cap \Phi = \Phi$	$A \cup \Phi = A$	$\Omega' = \Phi$, $\Phi' = \Omega$	$(A')' = A$
$A \cap \Omega = A$	$A \cup \Omega = \Omega$	$A \cup A = A$, $A \cap A = A$	$A \cup A' = \Omega$
$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$A \cap A' = \Phi$
$A \setminus B = A \cap B'$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	

قانونا دومورغان : $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ، $(A \cap B)' = A' \cup B'$

نقول أن X أسرة مجموعات إذا كان كل عناصرها مجموعات

نقول أن أسرة المجموعات $X = \{A_1 , A_2 , \dots , A_n\}$ تشكل تجزئة للمجموعة Ω إذا كان :
أية مجموعة منها غير خالية - تقاطع أي مجموعتين منها يساوي الخالية - اجتماع هذه المجموعات يساوي Ω

الجداء الديكارتي للمجموعتين A , B هو : $A.B = \{ (a,b) : a \in A \wedge b \in B \}$	$A.B \neq B.A$

الاستقراء الرياضي

مبدأ الاستقراء الرياضي : تكون الخاصة p(n) صحيحة إذا كان :

١) نبرهن صحة العلاقة p(n) من أجل $n = r$ (حيث r اصغر عدد ممكن التعويض فيه).

٢) نفرض أن p(n) صحيحة .

٣) نبرهن أن p(n+1) صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

التحليل التوافقي

نرمز للعاملي بـ n! و للتراتيب بـ P (n , r) و للتوافيق بـ C(n , r) و للتباديل بـ P_n حيث $r \le n$		
n(S) : عدد عناصر المجموعة S و يسمى رئيس المجموعة S		$C(n,k)=\frac{P(n,k)}{k!}$
n! هي جداء العدد n تنازلياً إلى الواحد	0! = 1	$C(n,k)=\frac{n!}{(n-k)k!}$
n! = n(n – 1)(n - 2).....3.2.1	p(n , 1) = n	$P_n = p(n,n) = n!$
P (n , r) هي جداء العدد n تنازلياً r مرة	C(n , 1) = n	C(n , n) = C(n , 0) = 1
P (n , r) = n(n – 1).....(n – r +1)	عدد تبديلات n عنصر هو n!	
C(n , m) = C(n , r) $\Rightarrow$ m = r or m + r = n		C(n , r) = C(n , n - r)
القاعدة الأساسية في العد : عدد طرق إجراء عدة عمليات متتالية هو $n_1 . n_2 . n_3$ .... (حيث عدد طرق إجراء كل منها n_1 , n_2 , n_3 ....)		

لمعرفة عدد طرق سحب r عنصر من n عنصر نميز الحالات الآتية :

نوع السحب	معاً	على التتالي بدون إعادة	على التتالي مع إعادة
عدد الطرق n(S)	c(n , r)	p(n , r)	n^r

نظرية ذي الحدين

$(a+b)^n=\sum_{r=0}^{r=n} c(n,r)a^{n-r}b^r$	$(a \pm b)^1 = a \pm b$	$(a \pm b)^0 = 1$
$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	
حيث ترتيب الحد $c(n,r)\,a^{n-r}b^r$ هو r + 1	$u_{r+1} = c(n,r)\,a^{n-r}b^r$	
الحد الأوسط هو $u_{\frac{n}{2}}$: n فردي والحدين الأوسطين هما $u_{\frac{n-1}{2}}$ ، $u_{\frac{n+1}{2}}$: n زوجي		
$(a+b)^n = a^2 + \frac{n}{1!}a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \cdots + \frac{n!}{(n-1)!}ab^{n-1} + b^n$		

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الاحتمالات

مصطلحات :

١) فضاء العينة (S) : هو مجموعة النتائج الممكنة للتجربة .

٢) الحدث (A , B ,C ,...) هو مجموعة جزئية في S .

٣) الحدث الوحيد العنصر A = {a} يسمى حدث ابتدائي .

٤) نسمي $\mathcal{P}(S)$ مجموعة أجزاء S : وهي مجموعة كل أحداث التجربة .

٥) A حدث $\Leftrightarrow A \in \mathcal{P}(S) \Leftrightarrow A \subseteq S$ (حيث $\in$ للعنصر ، $\subseteq$ للمجموعة).

٦) يقع الحدث A إذا انتمت النتيجة إلى الحدث إلى A .

٧) S حدث أكيد ، $\emptyset$ حدث مستحيل ، {a} حدث ابتدائي .

٨) وقوع الحدثين معاً يعني $A \cap B$ (تقاطع الحدثين) .

٩) وقوع أحد الحدثين على الأقل يعني $A \cup B$ (اجتماع الحدثين).

١٠) وقوع أحد الحدثين و عدم وقوع الأخر يعني $B \setminus A$ (فرق الحدثين).

١١) عدم وقوع الحدث A يعني وقوع الحدث A' (متمم الحدث).

١٢) A , B حدثان متنافيان أو منفصلان $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$.

١٣) A , B حدثان متتامان(متضادان) $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ و $A \cup B = S$ (B' = A).

١٤) تابع الاحتمال $P : \mathcal{P}(S) \longrightarrow [0 , 1]$ يحقق $P(S) = 1$ و $P(A) \geq 0$

وإذا كان $A \cap B = \emptyset \Longleftarrow P(A \cup B) = P(A) + p(B)$.

$P(\emptyset) = 0$	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{عدد الحالات الموائمة}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$	$\cap$ و $\cup$ أو
$P(S) = 1$	$P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$	$A = S \setminus A'$
$0 \leq P(A) \leq 1$	$P(A \cup B) = P(A) + P(A) - P(A \cap B)$	$A \cap B' = A \setminus B$
$P(A') = 1 - P(A)$	$A \subseteq B \Longrightarrow P(A) \leq P(B)$	$(A \cup B)' = A' \cap B'$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الإحصاء

مصطلحات :

١) المفردة يرمز لها بـ X_i ، تكرار المفردة يرمز له بـ f_i .

٢) نرمز للفئة بـ $[a_{i-1}\ ,\ a_i[$ و طول الفئة هو $\ell = a_i - a_{i-1}$.

٣) مركز الفئة : $X_i = a_{i-1} + \frac{\ell}{2}$ أو $X_i = \frac{a_{i-1}+a_i}{2}$.

مقاييس النزعة المركزية :

١) المنوال ($\hat{X}$) : هو القيمة الأكثر تكراراً (قد يوجد أكثر من منوال واحد).

٢) المتوسط الحسابي ($\overline{X}$): وهو أهم المقاييس .

في حالة المفردات	في حالة الفئات
$\overline{X} = \frac{\Sigma X_i}{n}$	$\overline{X} = \frac{\Sigma f_i X_i}{\Sigma f_i}$

٣) الوسيط ($\tilde{X}$) :

n فردي	n زوجي
العدد الأوسط في البيان	المتوسط الحسابي للعددين الأوسطين

مقاييس التشتت :

١) المدى (D) :

في حالة المفردات	في حالة الفئات
اكبر المفردات - أصغرها	الحد الأعلى لأكبر فئة – الحد الأدنى لأصغر فئة

٢) الانحراف المتوسط (M. D):

في حالة المفردات	في حالة الفئات
$M.\ D = \frac{\Sigma \lvert X_i - \overline{X} \rvert}{n}$	$M.\ D = \frac{\Sigma f_i \lvert X_i - \overline{X} \rvert}{\Sigma f_i}$

٣) التباين أو التشتت (S^2) :

في حالة المفردات	في حالة الفئات
$S^2 = \frac{\Sigma (x_i - \overline{x})^2}{n}$	$S^2 = \frac{\Sigma (x_i - \overline{x})^2 . f_i}{\Sigma f_i}$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٤) الانحراف المعياري (S) : $S = \sqrt{S^2}$.

issam

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com