

ملخص في التحليل

للصف الثاني الثانوي

المدرس عصام علي

لعام ٢٠٠٩ - ٢٠١٠

معادلات الدرجة الثانية

& المعادلت من الشكل $x^2 - c = 0$: نحلها باستخدام المتطابقة $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

& المعادلت من الشكل $ax^2 + bx = 0$: نحلها بإخراج x عامل مشترك .

& المعادلت من الشكل $ax^2 + bx + c = 0$: نحلها بإحدى الطرق التالية :

(١) طريقة المميز : نحسب $\Delta = b^2 - 4ac$: عندما يكون $\Delta < 0$ فليس للمعادلة حل .

و عندما يكون $\Delta = 0$ للمعادلة جذر وحيد هو $x = -\frac{b}{2a}$

و عندما يكون $\Delta > 0$ للمعادلة جذرين هما : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

(٢) طريقة المجموع و الجداء: الجذرين يحققان $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ و $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

(٣) طريقة التحليل المباشر .

ملاحظة : بعد إيجاد الجذرين يمكن التحليل بكتابة : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

& إشارة ثلاثي الحدود $ax^2 + bx + c$:

عندما يكون $\Delta > 0$ فإن إشارة العبارة بين الجذرين تخالف إشارة a و خارج الجذرين توافق .

و عندما يكون $\Delta = 0$ فإن إشارة العبارة مثل إشارة a موجب أو سالب .

و عندما يكون $\Delta < 0$ فإن إشارة العبارة مثل إشارة a موجب أو سالب تماماً .

ملاحظة : يكون حل المترابحة من الدرجة الثانية بدراسة إشارة ثلاثي الحدود .

المعادلات الصماء

هي معادلة تحوي جذر بداخله متحول (أي من الشكل $\sqrt{f(x)} = g(x)$) .

الشرط في المقدار \sqrt{x} أن يكون $x \geq 0$ و $\sqrt{x} \geq 0$.

ملاحظة : (١) إذا كان $a \geq 0$ و $b \leq 0$ فإن $b \leq a$.

(٢) إذا كان $a > 0$ و $b > 0$ فإن $a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2$

معادلت المستقيم

ندعو المعادلة $y = mx + p$ (أو $ax + by + c = 0$) بمعادلة مستقيم ميله m .

يمكن كتابة معادلة مستقيم يمر من النقطة $M(x_1, y_1)$ بالشكل : $y - y_1 = m(x - x_1)$ | $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$y = c$ معادلة مستقيم يوازي x' | $x = c$ معادلة مستقيم يوازي y' | $y = mx$ معادلة مستقيم مار من المبدأ

$y = x$ معادلة منتصف الربع الأول و الثالث | $y = -x$ معادلة منتصف الربع الثاني و الرابع

نسمي الشعاع الموازي لمستقيم شعاع موجه للمستقيم | نسمي الشعاع العمودي على مستقيم شعاع ناظم للمستقيم

$\vec{u}(1, m)$ شعاع موجه للمستقيم $y = mx + p$ | $\vec{u}(m, -1)$ شعاع ناظم للمستقيم $y = mx + p$

يكون الشعاعين $\vec{u}(x_1, y_1)$ ، $\vec{u}(x_2, y_2)$ متوازيين إذا كان $x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$ أو $m_1 = m_2$

يكون الشعاعين $\vec{u}(x_1, y_1)$ ، $\vec{u}(x_2, y_2)$ متعامدين إذا كان $x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$ أو $m_1 m_2 = -1$

إذا كانت θ الزاوية بين المستقيم و x' فإن $m = \text{tg } \theta$ و نسميها زاوية ميل المستقيم

بعد قطة $M(x_1, y_1)$ عن المستقيم $ax + by + c = 0$ هو $\ell = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

المحل الهندسي للنقطة M هو مجموعة المواضع التي يمكن أن تشغلها M في تحركها

المتاليات

إذا كان $x_0 \in] a , b [$ فإننا نسمي المجال $N(x_0) =] a , b [$ جوار للنقطة x_0	
أن $\beta \in] \beta - h , \beta + h [$ فإننا نسمي المجال $N_h(\beta) \setminus \{\beta\} =] a , b [\setminus \{\beta\}$ جوار محذوف للنقطة β	
جوار $(+\infty)$ هو $] a , +\infty [$ $N_a(+\infty) =] a , +\infty [$	جوار $(-\infty)$ هو $] -\infty , b [$ $N_b(-\infty) =] -\infty , b [$
$N_2(+\infty) \subseteq N_1(+\infty) , N_1(-\infty) \subseteq N_2(-\infty)$	
المتتالية الحقيقية هي تابع f معرف بالشكل : $f : D \subseteq \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$	
إذا كانت D منتهية كانت المتتالية منتهية ، و إذا كانت D غير منتهية كانت المتتالية غير منتهية	
تسمى الأعداد : u_0 , u_1 , \dots , u_n حدود المتتالية u_n ، ويسمى الحد العام للمتتالية	
المتتالية u_n متزايدة تماماً $\Leftrightarrow u_n < u_{n+1}$	المتتالية u_n تناقصية تماماً $\Leftrightarrow u_n > u_{n+1}$
المتتالية u_n ثابتة $\Leftrightarrow u_n = u_{n+1}$	
المتتالية الحسابية : هي متتالية حدها العام له الشكل : $u_{n+1} = u_n + r$	
إذا كانت الأعداد a , b , c حدوداً متتابعة في متتالية حسابية فإن $2b = a + c$	
نرمز لمجموع n حد من متتالية حسابية بـ S_n حيث $S_n = \frac{n}{2} [2u_0 + (n-1)r]$	
المتتالية الهندسية : هي متتالية حدها العام له الشكل : $u_{n+1} = u_n \cdot r$	
إذا كانت الأعداد a , b , c حدوداً متتابعة في متتالية هندسية فإن $b^2 = a \cdot c$	
نرمز لمجموع n حد من متتالية هندسية بـ S_n حيث $S_n = u_0 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$	

التابع العددي

التابع العددي : هو تابع له الشكل : $f : D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ حيث D هي مجموعة التعريف (المنطلق) و $f(x)$ هو قاعد الربط للتابع f و المستقر هو \mathbb{R} (أي $f(x) \in \mathbb{R}$)
التابع الصحيح : هو تابع له الشكل : $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$
التابع الكسري : هو تابع معرف بالعلاقة : $f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$ معرف بشرط $f_2(x) \neq 0$
التابع الجذر (الأسم) : هو تابع معرف بالعلاقة : $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ معرف بشرط $g(x) \geq 0$ عندما n زوجي و معرف على \mathbb{R} عندما n فردي
التابع المثلثي : هو تابع معرف بعلاقة تحوي نسب مثلثية و هو معرف على \mathbb{R}
التابع الدوري : هو تابع له الشكل : $f : D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ بشرط $f(x) = f(x + \alpha)$ حيث $\alpha > 0$ يسمى الدور
يتساوى تابعين إذا كان لهما نفس مجموعة التعريف و كان : $f_1(x) = f_2(x)$
نقول عن التابع f_1 انه مقصور التابع $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ إذا كان $f_1 : D_1 \subseteq D \rightarrow \mathbb{R}$ و كان $f_1(x) = f(x)$
المستقر الفعلي لـ f هو $f(D)$ و الذي يحقق من أجل كل y من $f(D)$ يوجد $x \in D$ بحيث : $y = f(x)$
نقول ان التابع غامر إذا كان مستقره الفعلي مساويا مستقره المفروض
نرمز للصورة العكسية للمجموعة H بالرمز $f^{-1}(H)$ حيث $f^{-1}(H) = \{x \in D : f(x) \in H\}$
إذا كان التابعين : $f : D \rightarrow Q , g : Q \rightarrow H$ ، نرمز لتركيب التابعين بالرمز $g \circ f$ و يعرف بالشكل :

$g \circ f : D \rightarrow H, (g \circ f)(x) = f(g(x))$
ان عملية تركيب التتابع هي عملية تجميعية و ليست تبديلية

النهايات

النهاية حسب التعريف:

ليكن لدينا h, m عدد حقيقي موجب تماماً و n عدد حقيقي سالب تماماً و $a \in D$ عدد حقيقي		
$x > a \Rightarrow f(x) > m$: من اجل كل m يوجد a بحيث	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	١
$x > a \Rightarrow f(x) < n$: من اجل كل n يوجد a بحيث	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	٢
$x > a \Rightarrow f(x) \in]\ell - m, \ell + m[$: من اجل كل m يوجد a بحيث	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$	٣
$x < a \Rightarrow f(x) > m$: من اجل كل m يوجد a بحيث	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	٤
$x < a \Rightarrow f(x) < n$: من اجل كل n يوجد a بحيث	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	٥
$x < a \Rightarrow f(x) \in]\ell - m, \ell + m[$: من اجل كل m يوجد a بحيث	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ell$	٦
$x \in D \cap]\ell - h, \ell + h[\Rightarrow f(x) > m$: من اجل كل m يوجد h بحيث	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$	٧
$x \in D \cap]\ell - h, \ell + h[\Rightarrow f(x) < n$: من اجل كل n يوجد h بحيث	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$	٨
من اجل كل m يوجد h بحيث : $x \in D \cap]\ell - h, \ell + h[\Rightarrow f(x) \in]\ell - m, \ell + m[$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$	٩

حساب النهاية : لإيجاد النهاية عندما $x \rightarrow a$ نستبدل كل x بـ a و نميز الحالات الآتية :

$\frac{0}{\infty} = 0$	$\frac{a}{\infty} = 0$	$\frac{\infty}{0} = \pm\infty$	$\frac{a}{0} = \pm\infty$
$\infty \cdot \infty = \infty$	$-\infty \cdot \infty = -\infty$	$a \cdot \infty = \infty$	$\infty + \infty = \infty$
حالات عدم التعيين هي : $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \times \infty, 1^\infty$			
نسمي النهاية $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ نهاية التابع f عندما x تسعى إلى a من اليمين			
نسمي النهاية $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ نهاية التابع f عندما x تسعى إلى a من اليسار			
عندما $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ فإن النهاية موجودة (و عند \neq تكون غير موجودة)			
تكون النهاية موجودة إذا كانت قيمتها عدد و تكون غير موجودة إذا كانت قيمتها $\pm \infty$			
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	

إزالة حالة عدم التعيين

<p>لإيجاد النهاية عند عدد x_0 أو عند $\pm \infty$ نعوض في التابع $f(x)$ في حالة وجود عدم تعيين عند $\pm \infty$ نميز الحالات الآتية :</p> <p>- حالة وجود أكثر من حد نعوض في الحد الأعلى درجة .</p> <p>- حالة $\infty - \infty$ نخرج الحد الأعلى درجة عامل مشترك .</p>
--

- حالة وجود كسر $(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty})$ نوجد نهاية حاصل قسمة الحد الأعلى درجة في البسط و المقام وأحياناً نوزع البسط على المقام أو نختصر .
- حالة عدم التعيين في التابع الجذري نضرب بالمرافق (عندما يكون الحد الأعلى درجة ضمن الكسر = مربع خارجه) و إلا نخرج x أو x^2 عامل مشترك .
(٢) في حالة وجود عدم تعيين عند عدد نوزع البسط على المقام أو نختصر .

المقاربات

$x = \alpha$ مقارب شاقولي للخط البياني C نحو ox^{\pm} (أي يوازي y')	$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = \pm \infty$
$y = \alpha$ مقارب أفقي للخط البياني C نحو oy^{\pm} (أي يوازي x')	$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \alpha$

الاستمرار

إذا كان f تابع معرف على مجال مفتوح D عندئذ : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$, $a \in D \Leftrightarrow$ f مستمر عند α
إذا كان f تابع معرف على مجال $D = [\alpha, b]$ حيث $\alpha < b$ عندئذ : $\lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) = f(a) \Leftrightarrow$ f مستمر من اليمين عند α
إذا كان f تابع معرف على مجال $D =]b, \alpha]$ حيث $b < \alpha$ عندئذ : $\lim_{x \rightarrow \alpha^-} f(x) = f(a) \Leftrightarrow$ f مستمر من اليسار عند α
يكون f مستمر على $[a, b]$ إذا كان f مستمر على $]a, b[$ وكان f مستمر عند a من اليسار ومستمر عند b من اليمين
كل تابع يكون الخط البياني له متصلاً على مجال الاستمرار و بالعكس كل تابع معرف بقاعدة ربط واحدة يكون مستمر على مجموعة تعريفه لذلك التابع الصحيح بالنسبة لـ $x, \sin x, \cos x$ مستمر على R

الاشتقاق

نقول أن التابع f يقبل الاشتقاق عند x_0 إذا كانت نهاية التابع $g(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ موجودة أي إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = a$ وعندئذ نرمز للمشتق $f'(x_0) = a$
نقول أن التابع f يقبل الاشتقاق عند x_0 من اليمين إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = a$ موجود نقول أن التابع f يقبل الاشتقاق عند x_0 من اليسار إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0^-} g(x) = a$ موجود
إذا كان f اشتقائي عند x_0 كان f مستمر عند x_0 والعكس غير صحيح (أي الاستمرار شرط لازم وغير كافي) إن التابع المعرف بعلاقة ربط واحدة يقبل الاشتقاق على مجموعة التعريف بأطراف مفتوحة ولا يقبل الاشتقاق خارجها و تكون دراسة قابلية الاشتقاق على الأطراف المغلقة لمجموعة التعريف أما التابع المعرف بقاعدتي ربط ندرس قابلية الاشتقاق عند نقطة الشرط
إن $f'(x_0)$ هو ميل المماس للتابع f في النقطة $(x_0, f(x_0))$ أي $m = f'(x_0)$ حيث معادلة المستقيم : $(y - y_0) = m(x - x_0)$ أو $y = mx + b$
الناظم : هو مستقيم عمودي على المماس في نقطة التماس (حيث $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$) أن التابع الصحيح بالنسبة لـ $x, \sin x, \cos x$ اشتقائي على R أما التابع الكسري اشتقائي على مجموعة تعريفها بمجالات مفتوحة
عند كتابة إن التابع مستمر و اشتقائي لا نكتب بين المجالين U بل فالة

قواعد الاشتقاق

$f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0$	$(\sin f)' = f' \cdot \cos f$	$(a \cdot f)' = a \cdot f'$
$f(x) = ax \Rightarrow f'(x) = a$	$(\cos f)' = -f' \cdot \sin f$	$(f \pm g)' = f' \pm g'$
$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$	$(\tan f)' = f' (1 + \tan^2 f)$	$(f^n)' = n \cdot f^{n-1} \cdot f'$
$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$	$(\cot f)' = -f' (1 + \cot^2 f)$	$(\sqrt{f})' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}$

التماس بين خطين

تماس بين مستقيم g و خط بياني f	إذا كان $f(x_0) = g(x_0)$, $m = f'(x_0)$
تماس بين خطين بيانيين g و f	إذا كان $f(x_0) = g(x_0)$, $f'(x_0) = g'(x_0)$

تغيرات التابع أو الاطراد (التزايد و التناقص)

<p>إذا كان التابع f اشتقاقي على المجال $]a, b[$ فإن الشرط اللازم و الكافي ليكون :</p> <p>(1) f متزايد تماماً على المجال $]a, b[$ هو $f'(x) > 0$ ($f(v) - f(u) \geq 0$ متزايد).</p> <p>(2) f تناقص ماماً على المجال $]a, b[$ هو $f'(x) < 0$ ($f(v) - f(u) \leq 0$ متناقص).</p> <p>(3) f ثابتاً على المجال $]a, b[$ هو $f'(x) = 0$.</p>
<p>لدراسة تغيرات التابع نتبع الخطوات التالية :</p> <p>(1) نوجد مجموعة التعريف و نقول التابع معرف و مستمر على مجموعة التعريف و اشتقاقي على المجال ذو الأطراف المفتوحة لمجموعة التعريف .</p> <p>(2) نحسب النهايات عند الأطراف المفتوحة و القيم عند الأطراف المغلقة .</p> <p>(3) نوجد $f'(x)$ و نجعل $f'(x) = 0$ و نجد قيم x و $f(x)$ المقابلة .</p> <p>(4) ننظم الجدول بالمعلومات السابقة .</p>
لرسم التابع نعين النقط الناتجة و نقط التقاطع مع المحورين ox , oy و نقط مساعدة أخرى

المشتق الثاني

<p>إذا كان $f''(x) \geq 0$ على مجال D فإن الخط البياني للتابع f يتقعر نحو العينات الموجبة oy^+</p> <p>إذا كان $f''(x) \leq 0$ على مجال D فإن الخط البياني للتابع f يتقعر نحو العينات السالبة oy^-</p> <p>إذا كان $f''(x) = 0$ و غير إشارته على مجال D فإن النقطة $(x_0, f(x_0))$ تسمى نقطة انعطاف</p> <p>لدراسة جهة تقعر التابع : نوجد $f''(x)$ و نجعل $f''(x) = 0$ و نجد قيم x المقابلة و ننظم الجدول</p>
--

التابع الأصلي

$f(x) = 0 \Rightarrow F(x) = c$	$f(x) = \alpha g(x) \Rightarrow F(x) = \alpha G(x)$	$f(x) = x^n \Rightarrow F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c; n \neq -1$
$f(x) = a \Rightarrow F(x) = ax + c$		$f(x) = H^n \cdot H' \Rightarrow F(x) = \frac{H^{n+1}}{n+1} + c$
$f(x) = f_1(x) + f_2(x) \Rightarrow F(x) = F_1(x) + F_2(x)$		$f(x) = \frac{H'}{2\sqrt{H}} \Rightarrow F(x) = \sqrt{H} + c$

$f(x) = \sin x \Rightarrow F(x) = -\cos x + c$	$f(x) = \cos x \Rightarrow F(x) = -\sin x + c$
$f(x) = \sin(\alpha x + \beta) \Rightarrow F(x) = -\frac{1}{\alpha} \cos(\alpha x + \beta) + c : D = \mathbb{R}$	
$f(x) = \cos(\alpha x + \beta) \Rightarrow F(x) = \frac{1}{\alpha} \sin(\alpha x + \beta) + c : D = \mathbb{R}$	
$f(x) = 1 + \tan^2(\alpha x) \Rightarrow F(x) = \frac{1}{\alpha} \tan(\alpha x) + c : D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2\alpha} + \frac{\pi}{\alpha} k \right\}$	
$f(x) = 1 + \cot^2(\alpha x) \Rightarrow F(x) = -\frac{1}{\alpha} \cot(\alpha x) + c : D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{\alpha} k \right\}$	

نقول أن التابع $F(x)$ تابع أصلي للتابع $f(x)$ إذا و فقط إذا كان $F'(x) = f(x)$ بشرط أن يقبل $F(x)$ الاشتقاق ونسمي عندئذ $\varphi(x) = F(x) + c$ مجموعة جميع التوابع الأصلية لـ $f(x)$.



التحويلات الهندسية

ليكن لدينا النقطتين $M(x, y)$, $M'(x', y')$ عندئذ يسمى التابع : $f(M) = M'$; $f: P \rightarrow P$ تحويل نقطي
النقطة الصامدة : هي النقطة التي صورتها نفسها $f(M) = M$
التقابل: إذا كان $f: P \rightarrow P$; $f(M) = M'$ فإن للمعادلة $f(M) = M'$ حل وحيد

أنواع التحويل

النوع	الشرط
التحويل المطابق	$f: P \rightarrow P$; $f(M) = M$ أي كانت $M \in P$
التحويل الهندسي	$f: P \rightarrow P$; $f(M) = M'$ وكان f تقابل (يسمى أحيانا تحويل تقابلي)
التقايس	$f: P \rightarrow P$; $f(N) = N'$, $f(M) = M'$ وكان f تحويل هندسي و $NM = N'M'$ إي التقايس يحافظ على الأطوال .
الانسحاب	حيث $\vec{v}(a, b)$: هو تحويل يعطى بالعلاقتين : $x' = x + a$, $y' = y + b$ وحيث الانسحاب يحافظ على الأطوال و المنحى
التحاكي $h(0, \alpha)$	هو تحويل مبدأه O و مقداره α يعطى بالعلاقتين : $x' = \alpha x$, $y' = \alpha y$
الدوران $r(0, \theta)$	هو تحويل مركزه O و زاويته θ يعطى بالعلاقتين : $x' = x \sin \theta + y \cos \theta$, $y' = x \cos \theta - y \sin \theta$ حيث الاتجاه المباشر للدوران هو عكس جهة دوران الساعة و نسمي الدوران الذي زاويته $\frac{\pi}{2}$ ربع دورة و الدوران هو تقايس إي يحافظ على الأطوال

التناظر

التناظر بالنسبة إلى نقطة (x_0, y_0)	M, M' متناظران بالنسبة إلى النقطة (x_0, y_0) إذا كان $x = 2x_0 - x'$, $y = 2y_0 - y'$
التناظر بالنسبة إلى مستقيم يوازي $x'x$	M, M' متناظران بالنسبة إلى المستقيم $y = y_0$ إذا كان $x = x'$, $y = 2y_0 - y'$

<p>متناظرتان بالنسبة إلى المستقيم $x = x_0$ إذا كان $x = 2x_0 - x'$, $y = y'$</p>	<p>التناظر بالنسبة إلى مستقيم يوازي $y'y$</p>
<p>متناظرتان بالنسبة إلى المستقيم $y = x$ إذا كان $x = y'$, $y = x'$</p>	<p>التناظر بالنسبة إلى منتصف الربع الأول $y = x$</p>
<p>متناظرتان بالنسبة إلى المستقيم $y = -x$ إذا كان $x = -y'$, $y = -x'$</p>	<p>التناظر بالنسبة إلى منتصف الربع الثاني $y = -x$</p>
<p>يكون الشكل متناظر بالنسبة إلى نقطة أو مستقيم إذا لم تتغير المعادلة باستبدال x ، y بقيمتها</p>	
<p>لايجاد معادلة نظير شكل بالنسبة إلى نقطة نستبدل x ، y بقيمتها</p>	

issam